Lösungen zur Aufgabe 1 und 2

Aufgabe 1

Geradlinig gleichförmige Bewegung

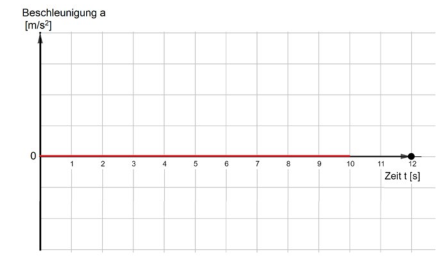
ΔV = 0 m/s, Δt = 10 s
a(t) = **0**
S(t) = **40 m**

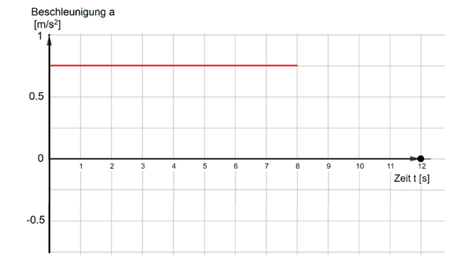
Beschleunigte Bewegung ohne Anfangsgeschwindigkeit

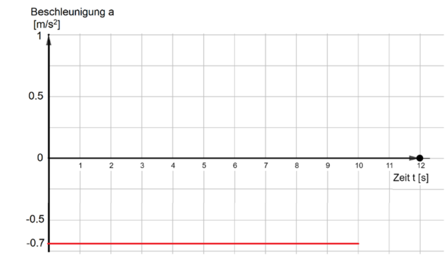
ΔV = 6 m/s, Δt = 8 s
a(t) = **0.75 m/s^2**
S(t) = **24 m**

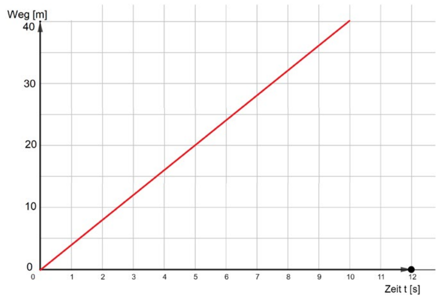
Verzögerte Bewegung bis zum Stillstand

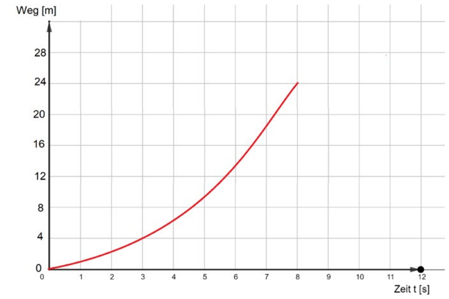
ΔV = -7 m/s, Δt = 10 s
a(t) = **-0.7 m/s^2**
S(t) = **35 m**

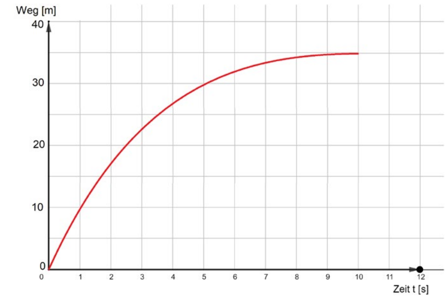




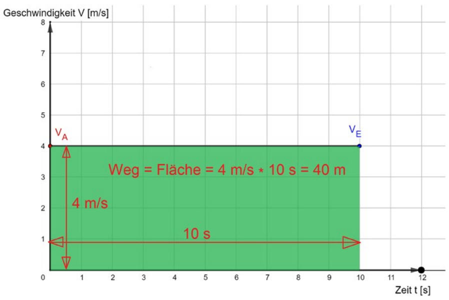


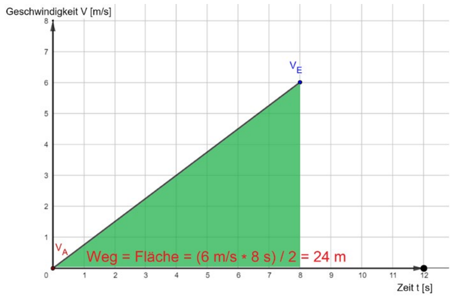


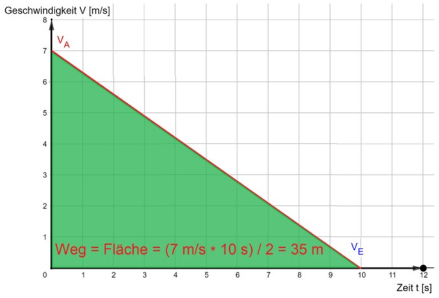




Der zurückgelegte Weg lässt sich auch aus dem V-t-Diagramm berechnen: Es ist die grüne Fläche unterhalb des Graphen der Geschwindigkeit:

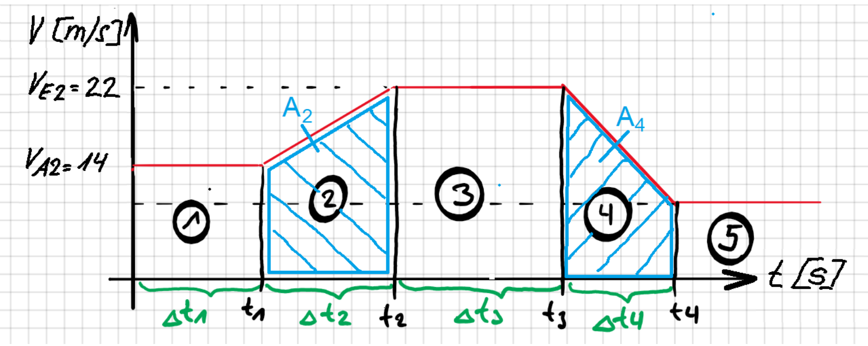






Aufgabe 2

Eine ungefähre Skizze des V-t-Diagrammes könnte etwa so aussehen. Die Unterteilung hier ist sogar 5-fach, nicht nur 4 und enthält noch die Durchfahrt bei der Baustelle.



Die Flächen A_2 und A_4 der beiden blau eingefärbten Trapeze entsprechen den Wegen S_2 respektive S_4. Sie können über die gegebenen geometrischen Beziehungen berechnet werden gemäss dem Satz:

Grundlinie mal mittlere Höhe, also z.B.:

$$A_2 = \Delta t_2 \cdot \frac{V_{A2} + V_{E2}}{2}$$

Abschnitt 1: -> *gleichförmig geradlinige Bewegung* mit V_1 = 50. 4 km/h (14 m/s)
Wegen $V_1 = V_{A1} = V_{E1}$ ist $a_1 = \frac{V_{E1}-V_{A1}}{\Delta t_1} = 0$ (-> daher gleichförmige Bewegung)
Mit S_1 = 0.35 km und V_1 = 14 m/s wird: $\boldsymbol{\Delta t_1} = \frac{S_1}{V_1} = \frac{350\ m}{14\ m/s} =$ **25 s**

Abschnitt 2: -> *gleichmässig beschleunigte Bewegung mit Anfangsgeschwindigkeit*
$V_{A2} = V_1$ = 14 m/s, V_{E2} = 79,2 km/h (22 m/s), somit: $a_2 = \frac{V_{E2}-V_{A2}}{\Delta t_2} = \frac{22\ m/s-14\ m/s}{\Delta t_2} > 0\ m/s^2$ -> beschleunigt!
Wie gross ist Δt_2?
Aus der V-t-Skizze lässt sich die Fläche A_2 und damit der Weg S_2 = 180 m wie folgt berechnen:

$A_2 = S_2 = \frac{V_{E2}+V_{A2}}{2} \cdot \Delta t_2$ und daraus ergibt sich für Δt_2: $\boldsymbol{\Delta t_2} = \frac{2 \cdot S_2}{V_{E2}+V_{A2}} = \frac{2 \cdot 180\ m}{22\ m/s + 14\ m/s} =$ **10 s**
Δt_2 eingesetzt ergibt für die Beschleunigung: **a_2 = 0.8 m/s**

Abschnitt 3: -> *gleichförmig geradlinige Bewegung* mit V_3 = 79.2 km/h (22 m/s)
Wegen $V_3 = V_{A3} = V_{E3}$ ist $a_3 = \frac{V_{E3}-V_{A3}}{\Delta t_3} = 0$ (-> daher gleichförmige Bewegung)
Mit Δt_3 = 30 s und V_3 = 22 m/s wird: $\boldsymbol{S_3} = V_3 \cdot \Delta t_3 = 22\ m/s \cdot 30\ s =$ **660 m**

Abschnitt 4: -> *gleichmässig verzögerte Bewegung* mit $V_{E4} \neq 0$ m/s
Hier ist das Problem, dass Δt_4 und V_{E4} gleichzeitig unbekannt sind, was keine direkte Berechnung der gesuchten Grössen über die Fläche A_4 erlaubt, jedoch gilt:

$A_4 = S_4 = \frac{V_{E4}+V_{A4}}{2} \cdot \Delta t_4$ und: $a_4 = \frac{V_{E4}-V_{A4}}{\Delta t_4}$

Da in beiden Gleichungen jeweils 2 Unbekannte vorkommen, nämlich Δt_4 und V_{E4}, muss man ein Gleichungssystem mit 2 Unbekannten lösen. Dazu gibt es mehrere Möglichkeiten, wie z.B. jede Gleichung nach Δt_4 auflösen und die beiden entstandenen Ausdrücke einander gleichsetzen (Gleichsetzungsmethode):
Aus $A_4 = S_4 = \frac{V_{E4}+V_{A4}}{2} \cdot \Delta t_4$ wird: $\Delta t_4 = \frac{2 \cdot S_4}{V_{E4}+V_{A4}}$
Und aus $a_4 = \frac{V_{E4}-V_{A4}}{\Delta t_4}$ wird: $\Delta t_4 = \frac{V_{E4}-V_{A4}}{a_4}$
Jetzt werden die beiden Terme auf der jeweils rechten Seite einander gleichgesetzt und nach V_{A4} aufgelöst:
$\frac{2 \cdot S_4}{V_{E4}+V_{A4}} = \frac{V_{E4}-V_{A4}}{a_4}$, zuerst die Zähler los werden: $2 \cdot S_4 \cdot a_4 = (V_{E4} + V_{A4}) \cdot (V_{E4} - V_{A4})$

Der Term auf der rechten Seite ist eine binomische Formel (3. Formel) und ergibt: $V_{E4}^2 - V_{A4}^2$
Somit wird: $2 \cdot S_4 \cdot a_4 = V_{E4}^2 - V_{A4}^2$ und das jetzt noch nach V_{E4} auflösen:
$\boldsymbol{V_{E4}} = \sqrt{V_{A4}^2 + 2 \cdot S_4 \cdot a_4} = \sqrt{(22\ m/s)^2 + 2 \cdot 105m \cdot (-2m/s^2)} =$ **8 m/s**

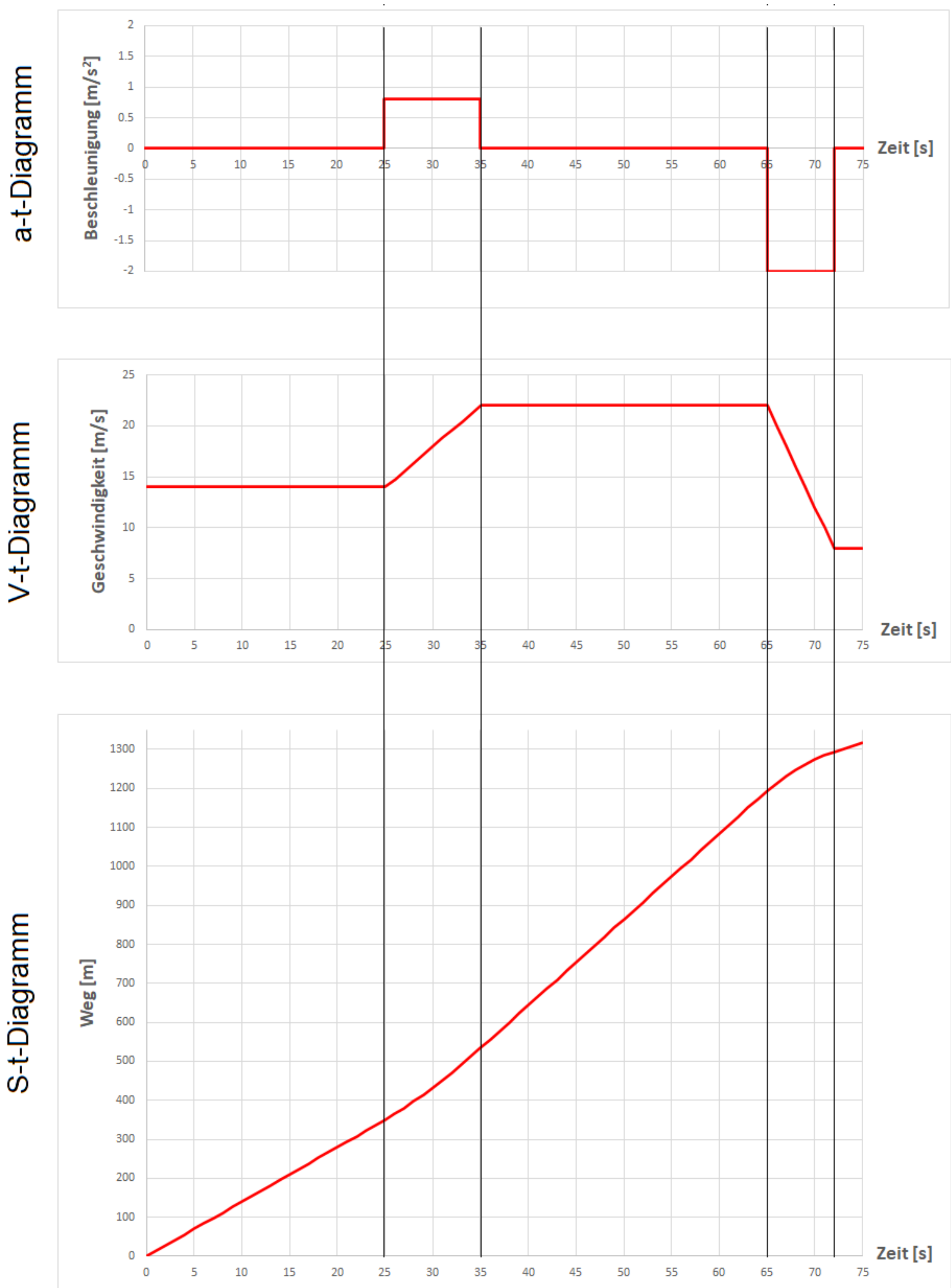
Dies eingesetzt für $\boldsymbol{\Delta t_4} = \frac{V_{E4}-V_{A4}}{a_4} = \frac{8\ m/s-22m/s}{-2m/s^2} =$ **7 s**

Damit sind jetzt alle relevanten Grössen der Bewegungen dieser vier Abschnitte bekannt und es können die 3 Diagramme gezeichnet werden:

Noch 2 weitere wichtige Grössen:

t_{Total} = $\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3 + \Delta t_4$ = 25 s + 10 s + 30 s + 7 s = **72 s**

S_{Total} = $S_1 + S_2 + S_3 + S_4$ = 350 m + 180 m + 660 m + 105 m = **1295 m**



Somit lassen sich jetzt auch die Fragen beantworten:

1. Distanz Ortschaft Baustelle: $\mathbf{S_{Total} = 1295\ m}$
2. Mittlere Geschwindigkeit: $\mathbf{V_{Mittel}} = S_{Total} / t_{Total} = 1295\ m / 72\ s$ **= 17.2667 m/s** (62.16 km/h)
3. Geschwindigkeit in Baustelle: $\mathbf{V} = V_{E4} =$ **8 m/s**